Ejercicio 1. Decimos que un enumerador es *binario* si solamente emite las palabras *sí* y *no* y nunca deja de emitir palabras. Por ejemplo, un enumerador binario podría emitir una secuencia infinita comenzada así:

sí no sí sí sí no no sí ...

Además, un enumerador binario E es *positivo* si emite únicamente la palabra *sí* y nunca emite la palabra *no*. Consideremos el lenguaje de los enumeradores binarios positivos:

$$\mathsf{EBP} = \{\langle E \rangle \mid E \text{ es un enumerador binario positivo}\}$$

Demostrar que:

a) EBP es indecidible.

b) $\overline{\mathsf{EBP}}$ es semi-decidible, donde $\overline{\mathsf{EBP}}$ denota el complemento de EBP.

c) EBP no es semi-decidible.

Ejercicio 2. Supongamos que M es una máquina de Turing, $w \in \Sigma^*$ es una palabra y $n \in \mathbb{N}$ es un número natural. Decimos que la ejecución de $M(w)$ es de *rango* n si, a lo largo de la ejecución, el cabezal nunca se aleja más de n celdas del origen. Notamos $\mathcal{L}_n(M)$ al lenguaje de las palabras que M acepta sin que el cabezal se aleje nunca más de n celdas del origen:

$$\mathcal{L}_n(M) = \{w \in \Sigma^* \mid M(w) \text{ acepta y } M(w) \text{ es de rango } n\}$$

Determinar si el lenguaje $\mathcal{L}_n(M)$ es decidible o indecidible y demostrarlo.
Ojo: $M(w)$ podría rechazar o colgarse, aun si el cabezal se mantiene dentro del rango.

Ejercicio 3. Decimos que una máquina de Turing M sobre el alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$ es *amigable* si acepta alguna palabra conformada únicamente por la letra a. Es decir, M es amigable si y sólo si existe un n tal que $M(a^n)$ acepta. Consideremos el lenguaje:

$$\mathsf{AMIGABLE} = \{\langle M \rangle \mid M \text{ es amigable}\}$$

Demostrar que $\mathsf{AMIGABLE} \leq_m \mathsf{A}_{MT}$.

Ejercicio 4. Consideremos el lenguaje que consta de los códigos de máquinas de Turing M tales que el lenguaje reconocido por M es Turing-reducible a A_{MT}:

$$\mathsf{TR} = \{\langle M \rangle \mid \mathcal{L}(M) \leq_T \mathsf{A}_{MT}\}$$

Determinar si TR es decidible o indecidible y demostrarlo.

Justificar todas las respuestas.